a) Calculer $A(\lambda)$

b) Trouver la limite de $A(\lambda)$ lorsque $\lambda$ tend vers $+\infty$.

**B** - Dans cette partie, n désigne un entier naturel non nul. On se propose de déterminer la limite de la suite $(U_n)$ définie par : $U_n = \frac{n^n e^{-n}}{n!}$

1°/ Démontrer en utilisant les variations de la fonction $f$, que :

$Log(n+1) - \log n \leq \frac{1}{n} - \frac{1}{4n^2}$ (1) et en déduire que : $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \leq e^{1-\frac{1}{4n}}$

2°/ Démontrer alors que: $U_{n+1} \leq U_n e^{-\frac{1}{4n}}$

et en déduire que : $U_{n+1} \leq U_1 e^{-\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}}$

3°/ Démontrer en utilisant la relation (1) de la première question de la partie **B** du problème, que : $Log(n+1) \leq \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} - \frac{1}{4}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2}$

et en déduire que : $U_{n+1} \leq U_1 e^{-\frac{1}{4}Log(n+1)}$

4°/ Montrer que la suite $(U_n)$ est convergente et calculer sa limite lorsque $n$ tend vers $+\infty$.